

# Transport du phosphate en Tunisie

---

Objectif : Tenter d'optimiser le transport du phosphate à travers un réseau de pipeline .



Transport du phosphate par train



Transport du phosphate par pipeline

# Comment optimiser les coûts du transport du phosphate dans un réseau de pipeline ?

## Les attendus de mon projet

- ❖ Réalisation d'une étude physique.
- ❖ Modélisation du trajectoire par un réseau avec la théorie des graphes.
- ❖ Application de l'algorithme de Ford Fulkerson et l'algorithme de Dijkstra.
- ❖ Comparer avec OCP au Maroc .

# Sommaire

- I - Introduction
- II – Modélisation physique :
  1. Equation de Bernoulli.
  2. Résolution numérique de l'équation du perte de charge.
- III - Modélisation mathématique :
  1. Modélisation du circuit de slurry pipeline par un graphe pondéré.
  2. Explication de quelques algorithmes et les exécutés.
- IV - Conclusion.

# Contributions

Janvier 2019: Visite de l'usine TIFERT au cours de laquelle j'ai contacté monsieur Ramzi Hmidi directeur de l'usine.

Cet usine est parmi les grandes manufactures concernant la production de l'acide phosphorique.

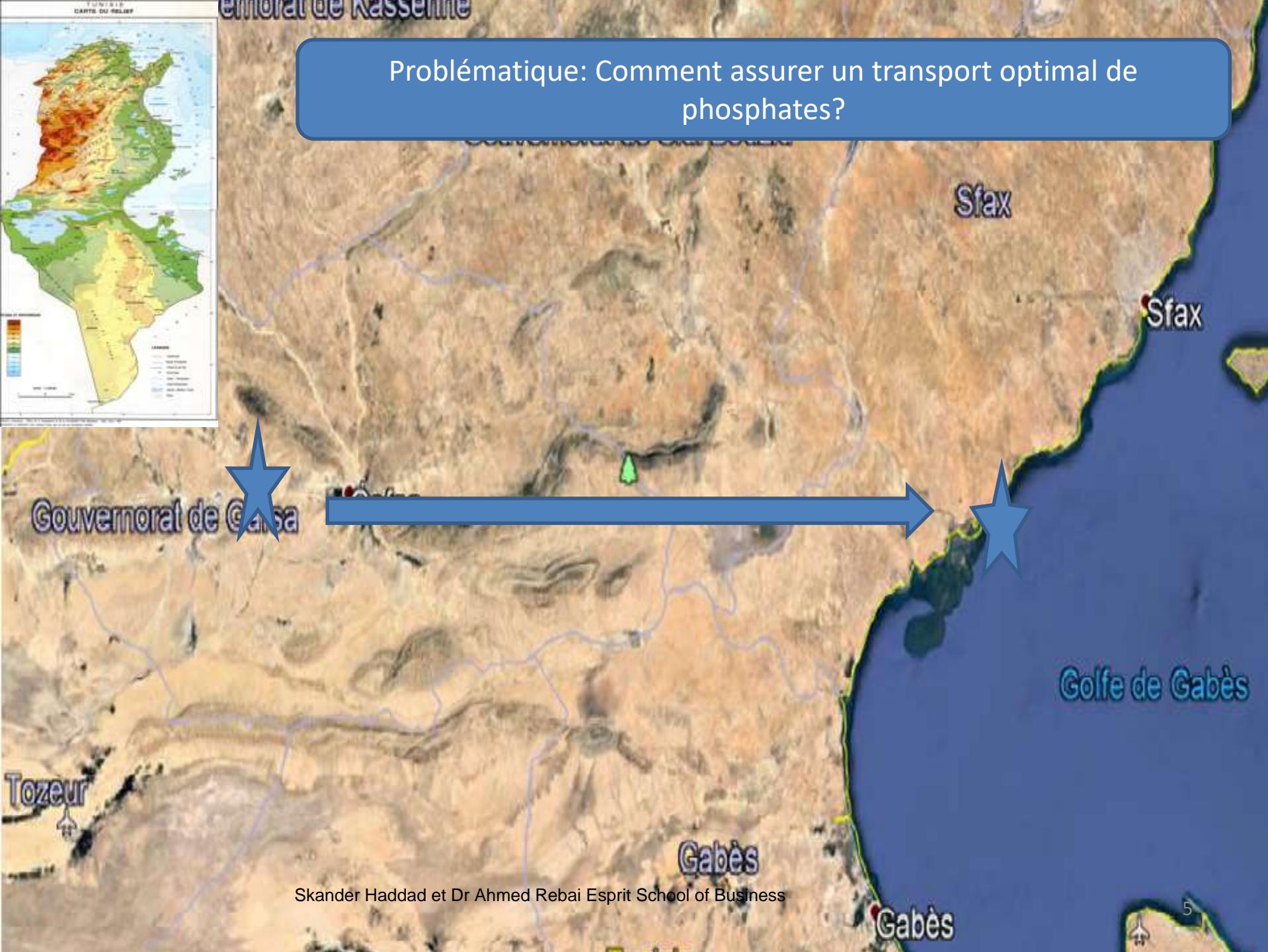


**Unité de production**



**Pompe centrifuge**





Problématique: Comment assurer un transport optimal de phosphates?



# Caractéristiques du phosphate

Phosphate + Soufre



Joseph Pelletier: Pharmacien et chimiste français

Pierre Louis Dulong: chimiste et physicien français

Humphry Davy: chimiste et physicien britannique

Étudier ses divers acides

## Différents types de transport du phosphate en Tunisie



Transport ferroviaire



Transport par camion

Les limitations

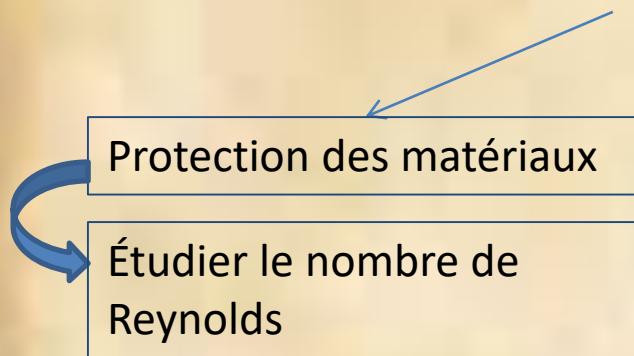
les frais de transport sont trop élevés

{  
5DT(train)  
20 DT(camion)}

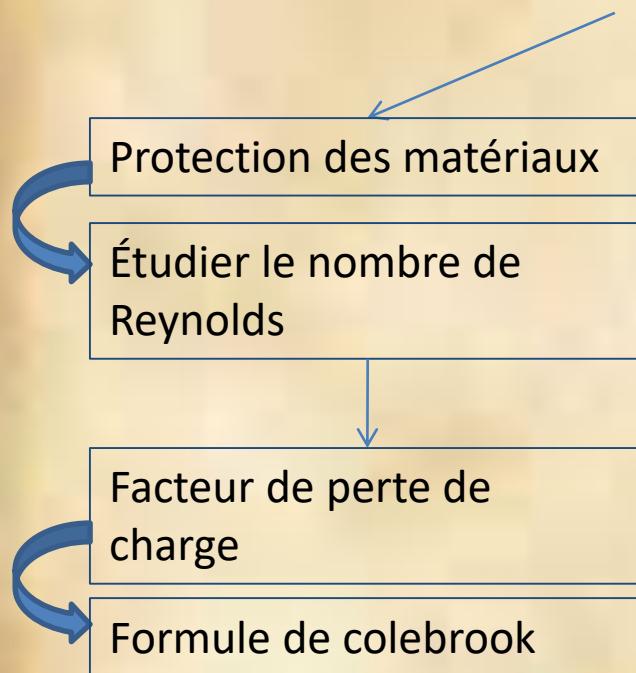
les soulèvements sociaux



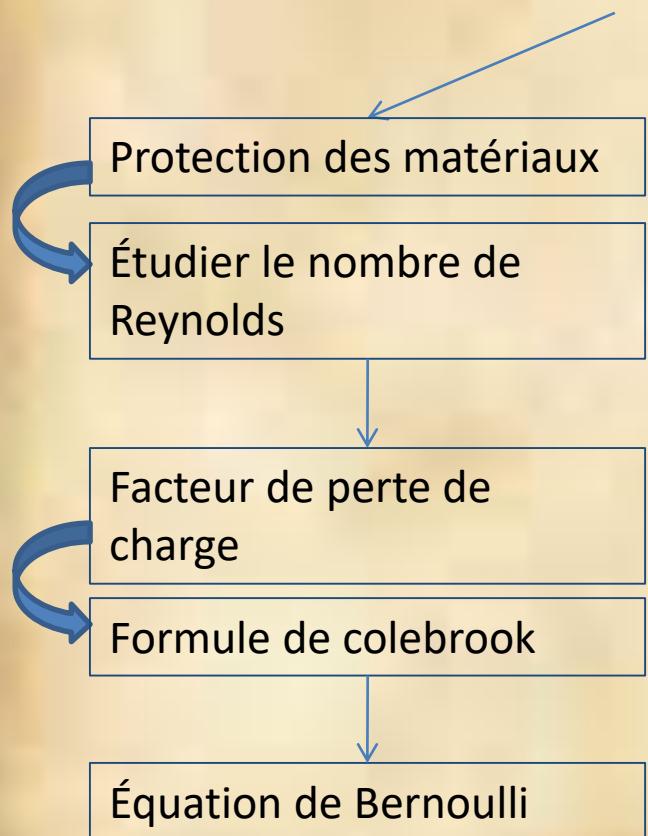
# Méthodologie adoptée



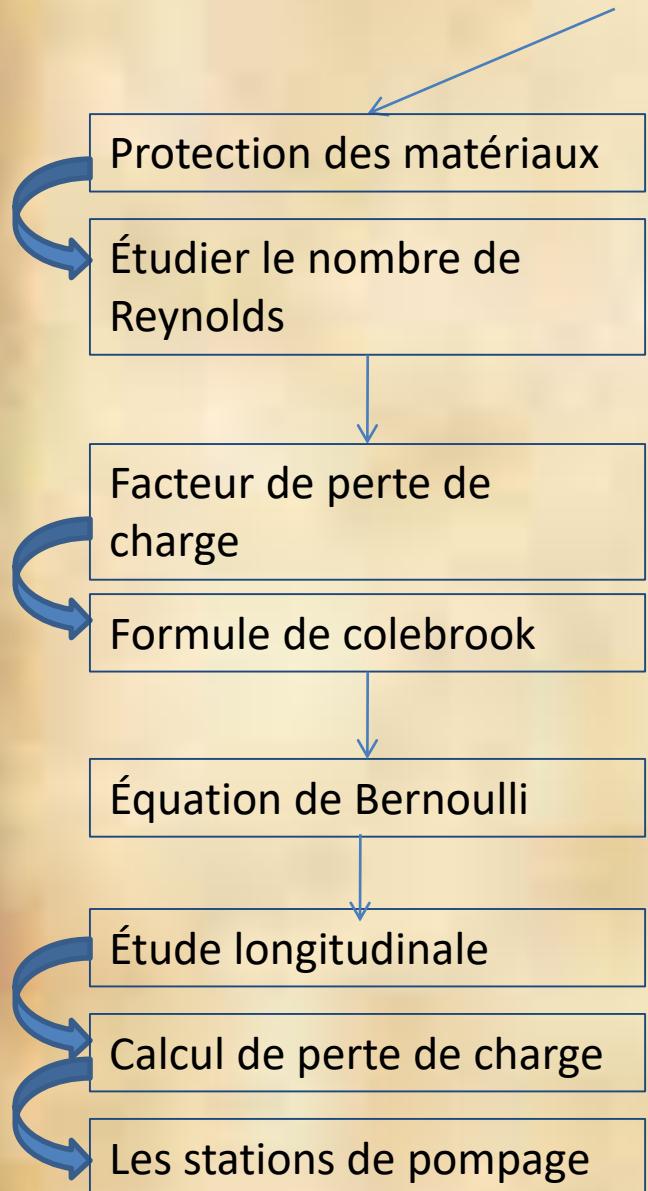
# Méthodologie adoptée



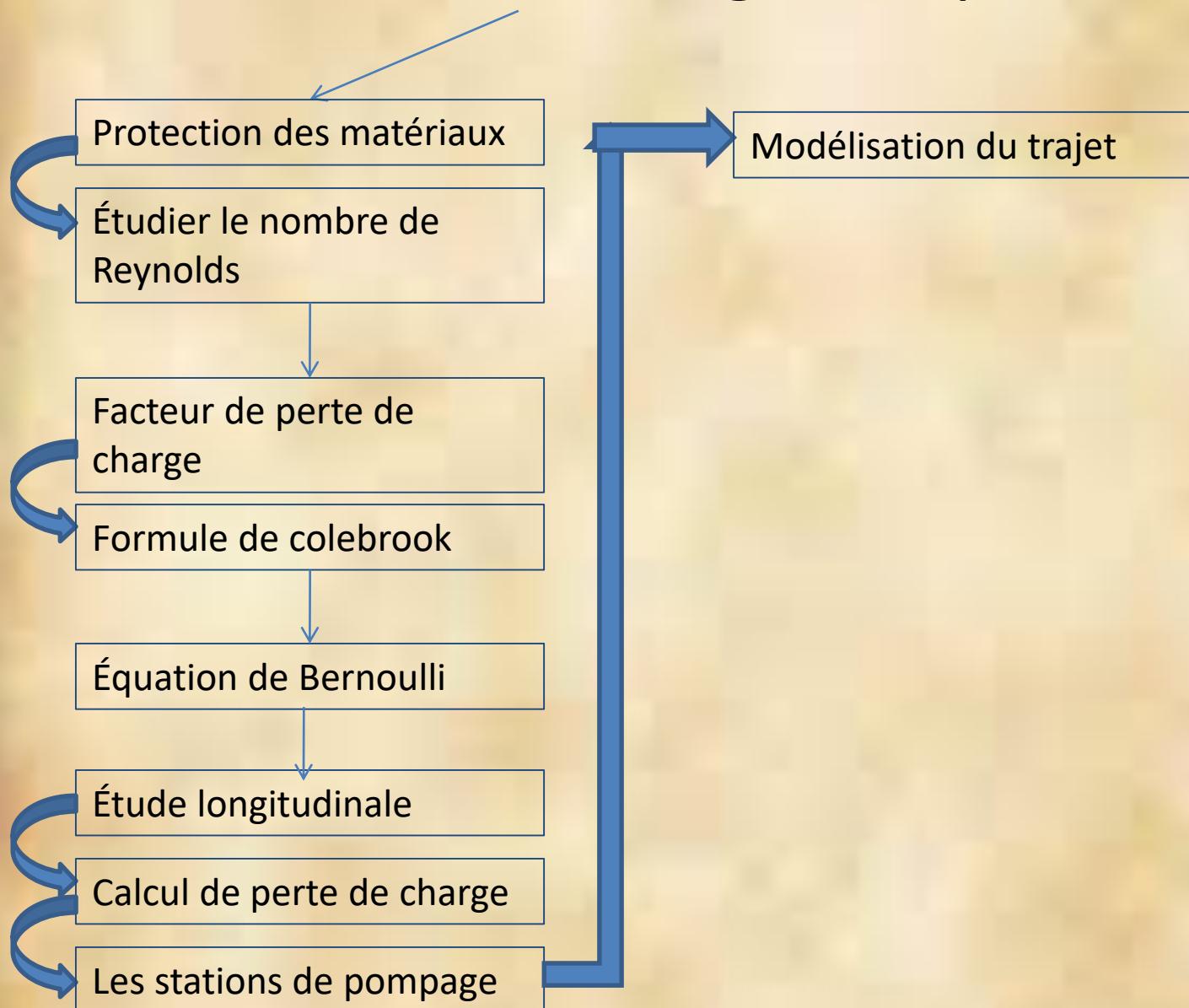
# Méthodologie adoptée



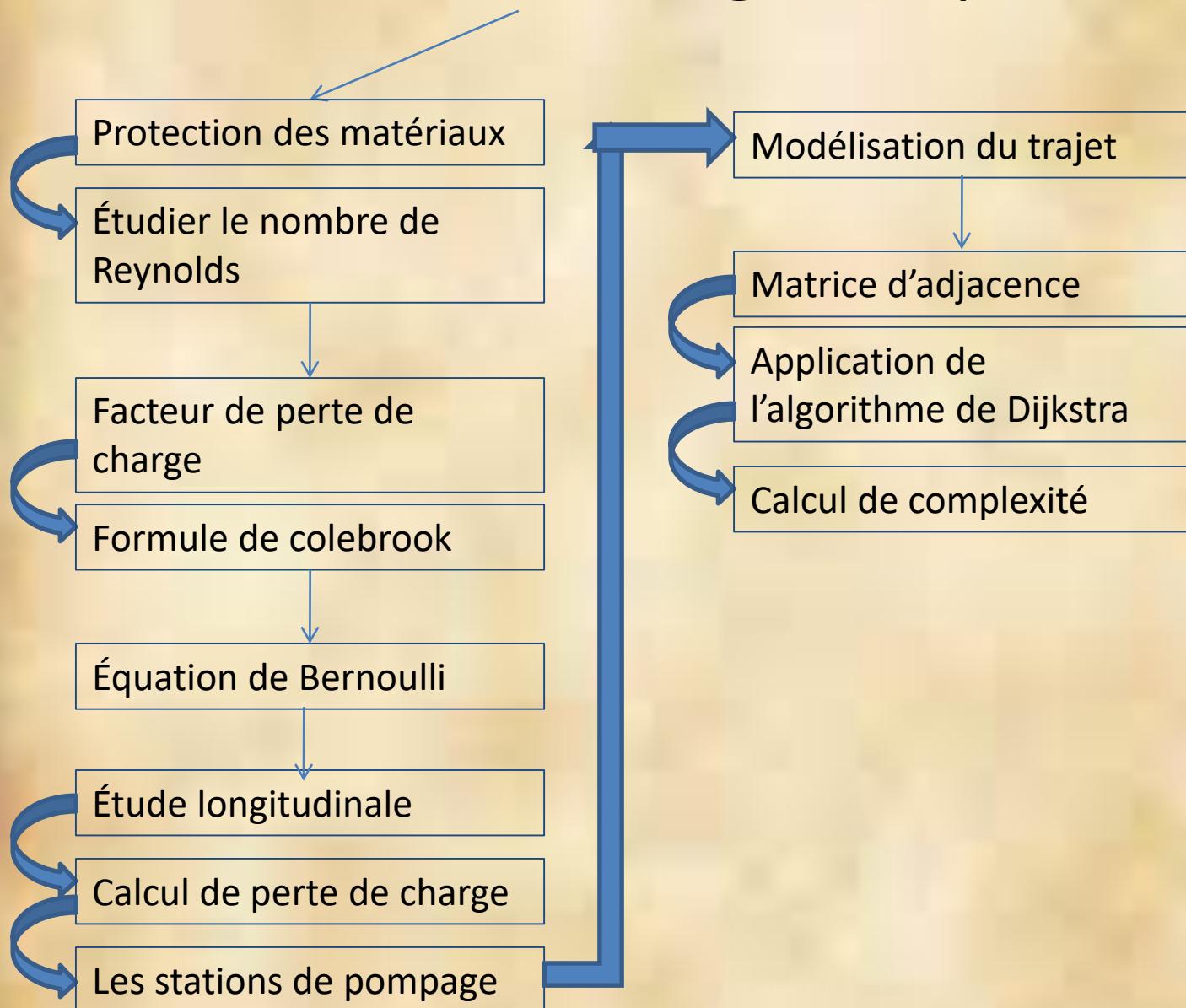
# Méthodologie adoptée



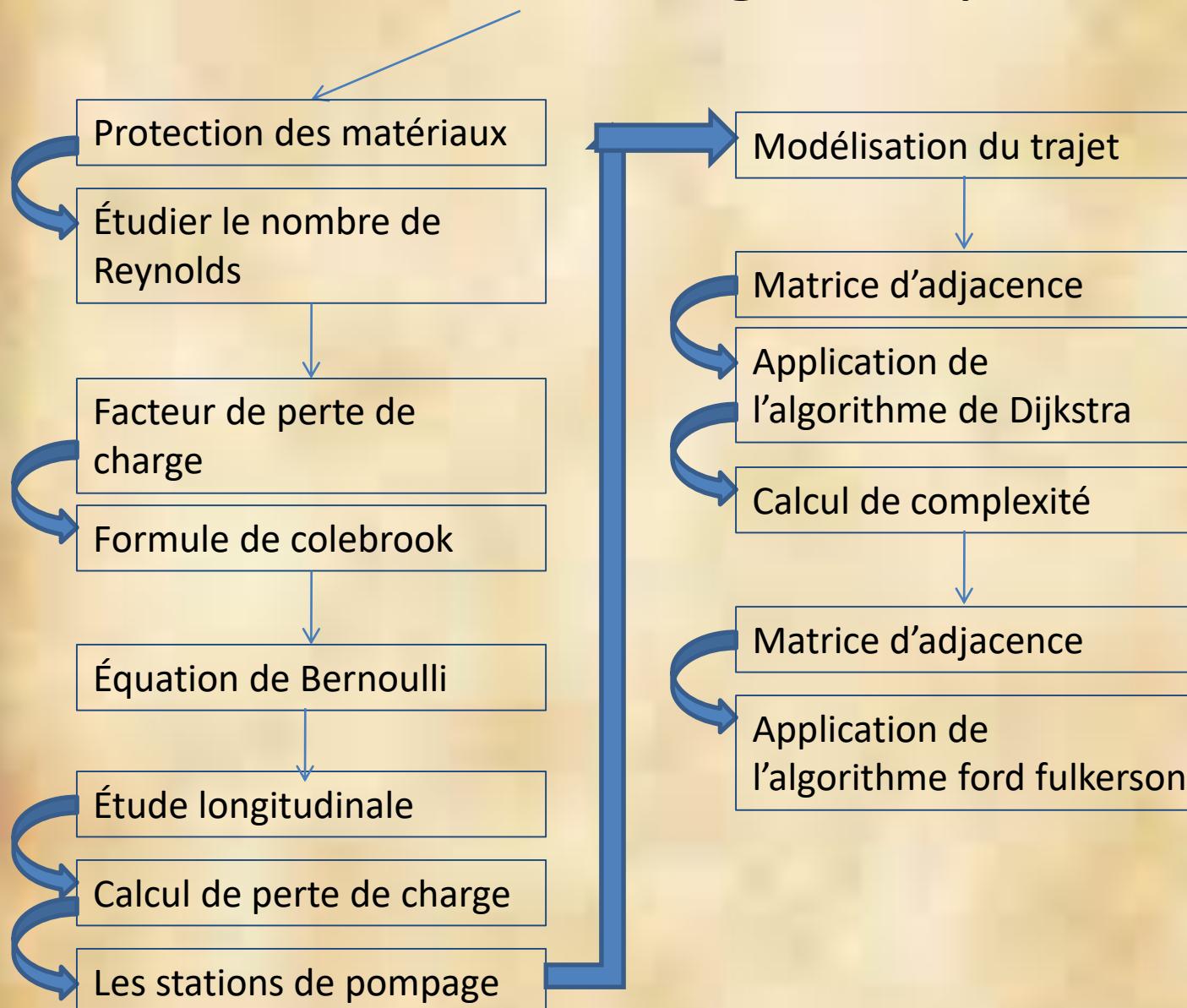
# Méthodologie adoptée



# Méthodologie adoptée



# Méthodologie adoptée



Mais comment peut on éviter les accidents tout au long le pipeline ?

### La composition du fluide transporté

Phosphate + eau  $\longrightarrow$  Fluide homogène

Solution  $\longrightarrow$

Avoir un régime turbulent pour éviter la sédimentation dans la canalisation

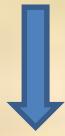
$R_e \geq 3000$

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu}$$

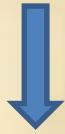
Calculer le nombre de Reynolds

# Où peut-on placer les stations de pompage ?

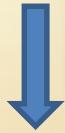
Nous sommes dans le cas de régime turbulent.



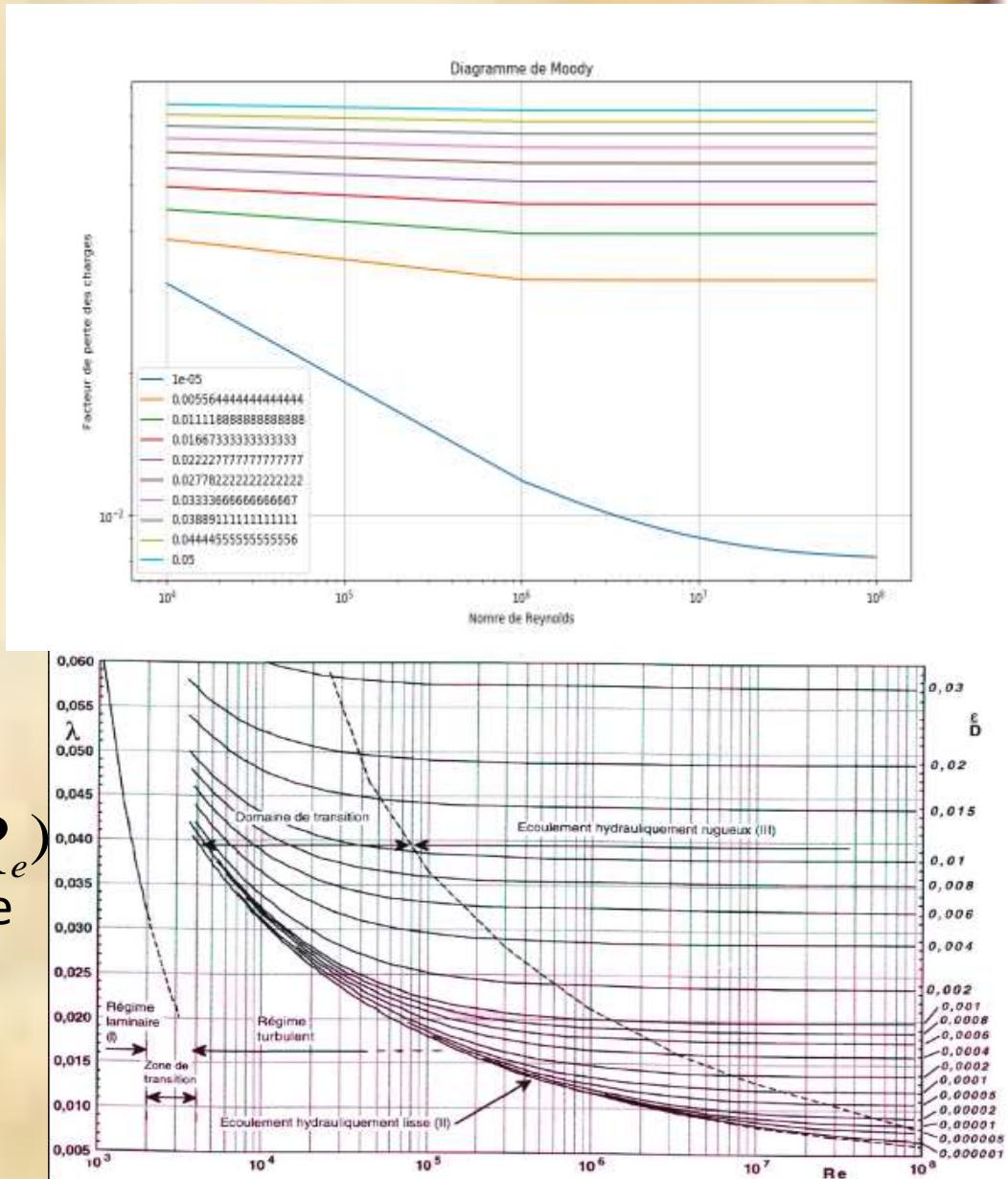
Utilisation de formule de Colebrook



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[ \frac{k}{3.7} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$$



Simulation numérique  $\lambda = f(R_e)$  et le comparé avec le diagramme de Moody (diagramme expérimental)



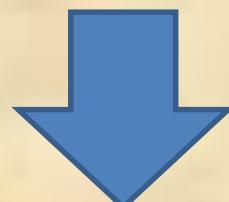
Je vais simplifier au mieux les hypothèses et approximations sur le fluide pour que l'exercice de modélisation soit dans mes capacités

- Un fluide incompressible
- Un fluide parfait
- En régime stationnaire
- On néglige les transferts d'énergie sous forme de chaleur

## Equation de Bernoulli

### généralisée

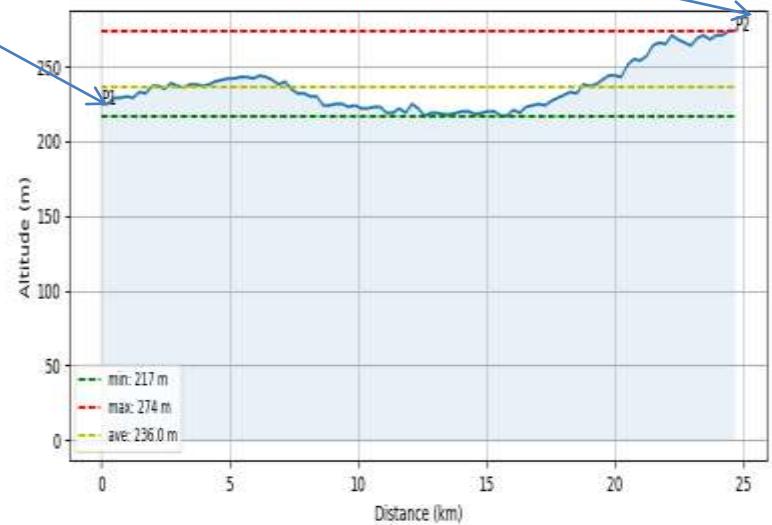
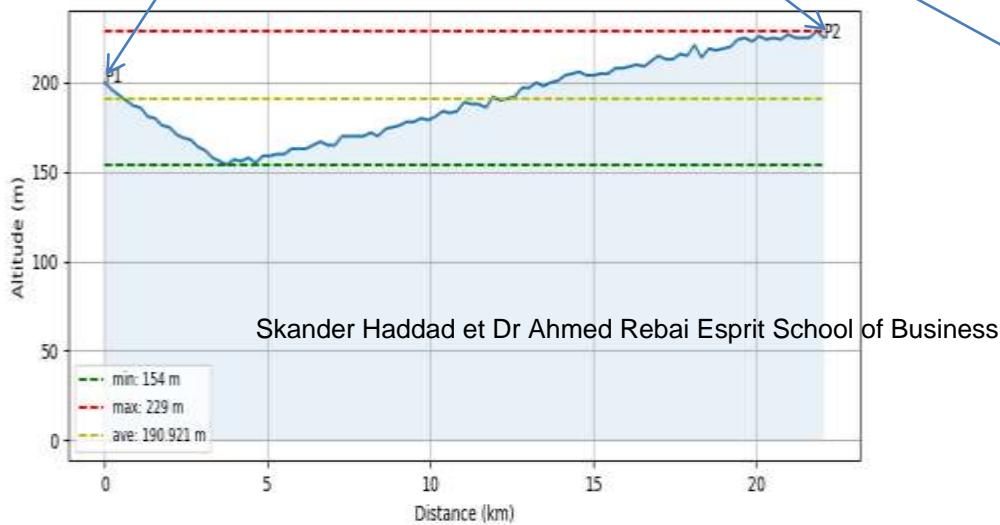
$$P_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = P_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \Delta p_f$$



$$h_1 + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_f$$

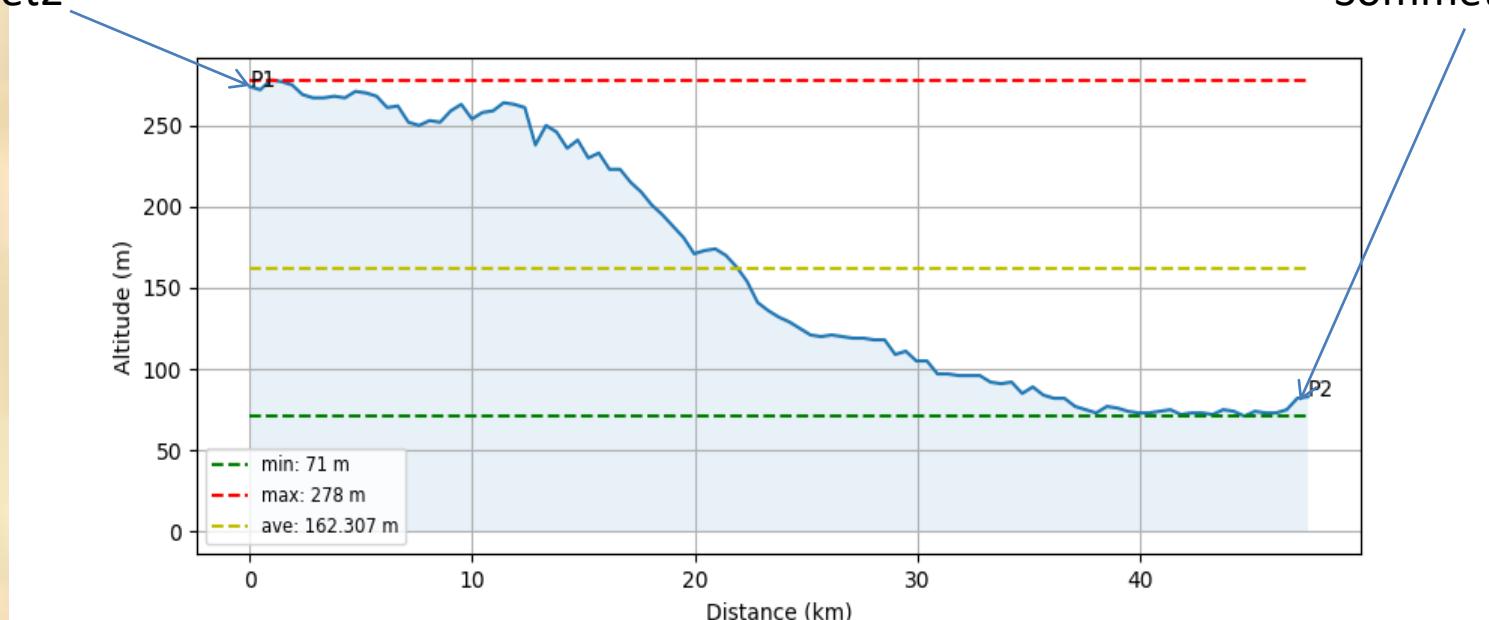
# Comment peut on étudier le comportement du pipeline ?

Réalisation d'une étude longitudinale tout au long le pipeline



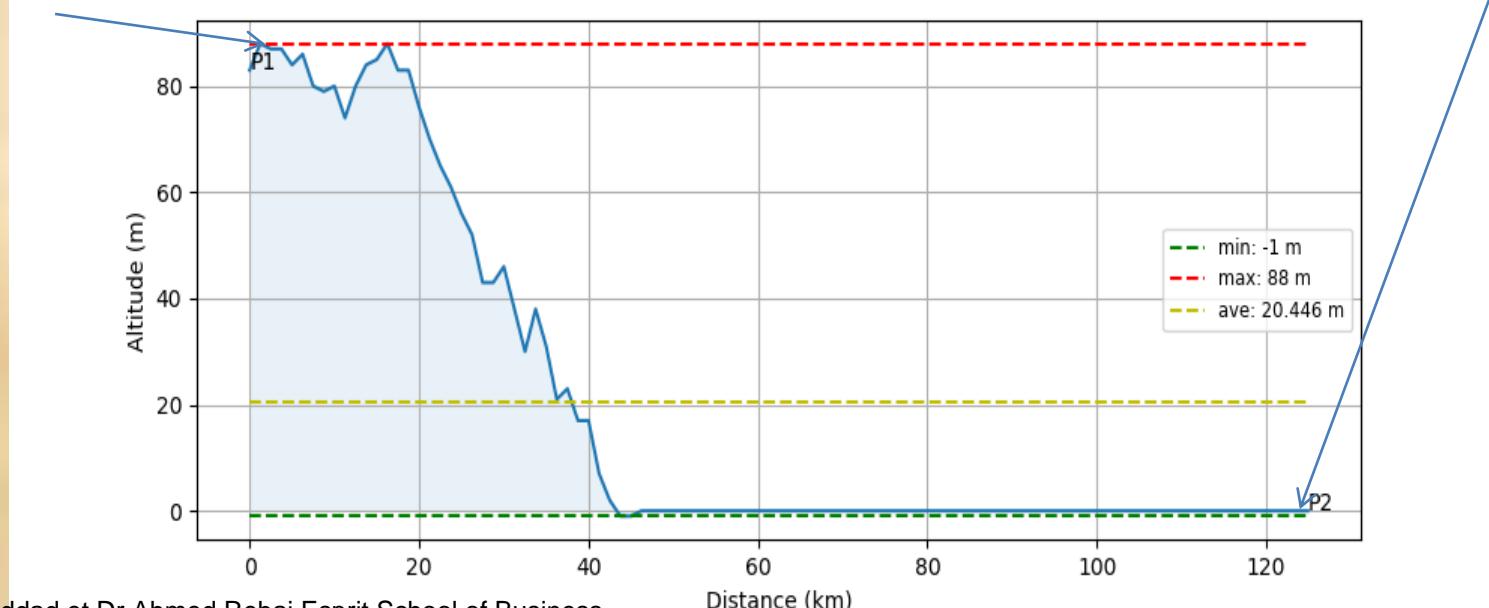
sommet2

Sommet3



Sommet3

production



# La perte de charge

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2}$$

On a

$$P_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} = P_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \Delta p_f$$



$$P_1 = P_2 + \Delta p_f \longrightarrow P_1 = P_2 + \Delta P$$

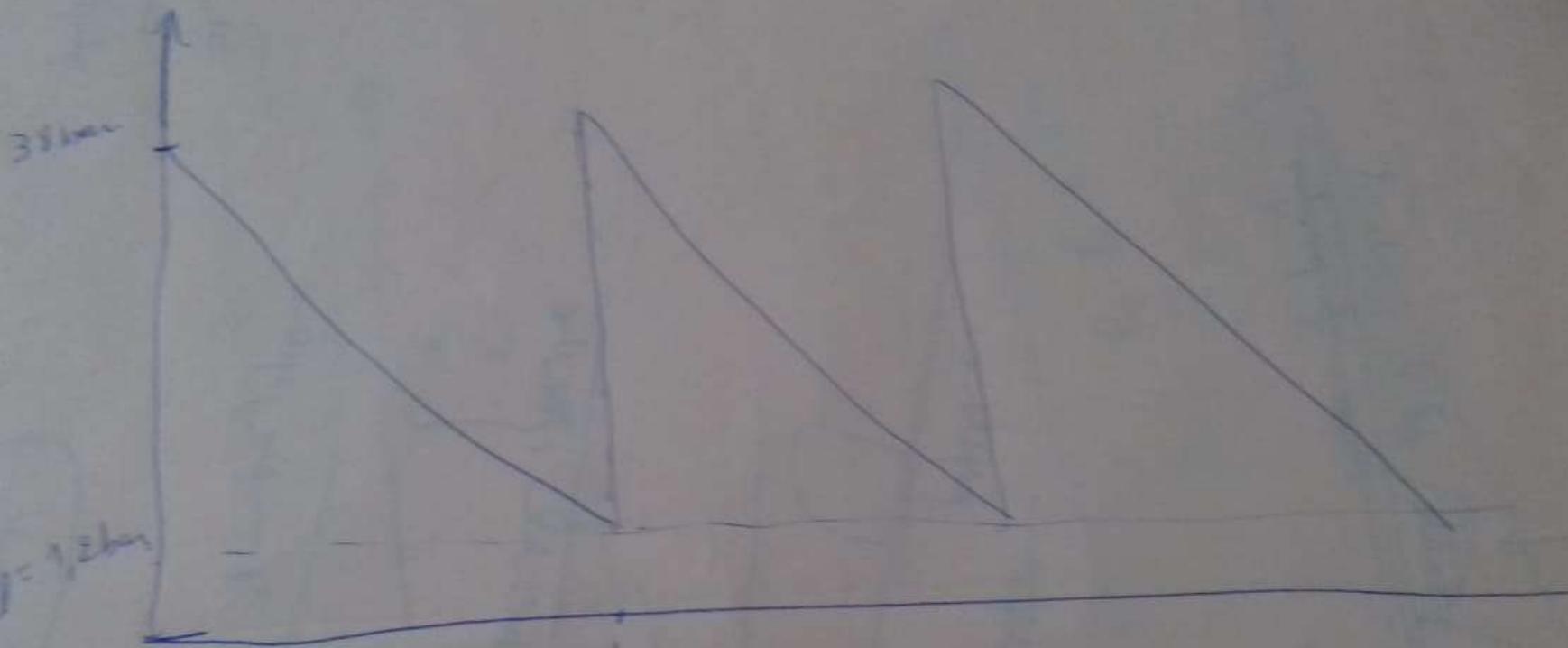
Hypothèses :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = Z_2 \\ V_1 = V_2 \end{array} \right.$$

Avec  $\Delta P = \Delta p_f$

$$\Rightarrow L = \frac{2(P_1 - P_2)D}{\lambda \rho V^2}$$

Détermination des positions des stations de pompage



# Modélisation

La trajectoire réelle du pipeline



La modélisation est une étape essentielle pour comprendre un phénomène en utilisant des différentes outils



Les outils :

- ↳ l'altitude
- ↳ longitude
- ↳ capacités

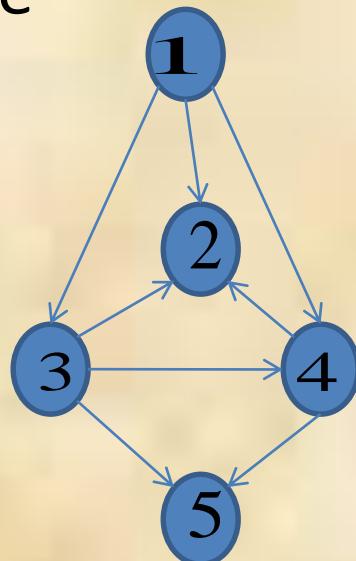
distance

# Comment peut-on modéliser ce problème ?

Solution: on modélise ce problème par la théorie de graphe

Les graphes font partie des mathématiques discrètes il est constitué de deux ensembles (ensemble de sommets, ensemble d'arêtes) avec une pondération .

on peut modéliser une carte géographique par une matrice d'adjacence.



	1	2	3	4	5
1	0	1	1	1	0
2	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0

# On peut modélisé la trajectoire réelle du pipeline par le graphe suivant

Utilisation Google Earth pour modéliser le pipeline par un graphe orienté et pondéré telle que la pondération sont les distances qui séparent les sommets.



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	47,1	0	87	0	105	0	0
B	0	0	31,5	45	56	61	0	0
C	0	0	0	0	32,2	33,3	0	0
D	0	0	0	0	21,7	0	74,3	0
E	0	0	0	0	0	0	64,7	73,8
F	0	0	0	0	0	0	0	73,8
G	0	0	0	0	0	0	0	73,8
H	0	0	0	0	0	0	0	0

Comment déterminer le plus court chemin entre le sommet 1 et le site de production ?

On peut trouver le plus court chemin à travers l'algorithme de Dijkstra réalisé par le mathématicien et l'informaticien néerlandais Edsger Dijkstra.



$G=(S,A)$  un graphe avec une pondération positive poids des arcs,  $s$  un sommet de  $S$ .

$P:=[]$

$d[a]:=infinity$  pour chaque sommet  $a$

$d[s]=0$

Tant que tout les sommets ne sont pas dans  $P$

    choisir un sommet  $a$  n'est pas dans  $P$  de plus petite distance  $d[a]$ , mettre  $a$  dans  $P$

    pour chaque sommet  $b$  hors de  $P$  voisin de  $a$

$d[a]=\min(d[b], d[a] + \text{poids } (a,b))$

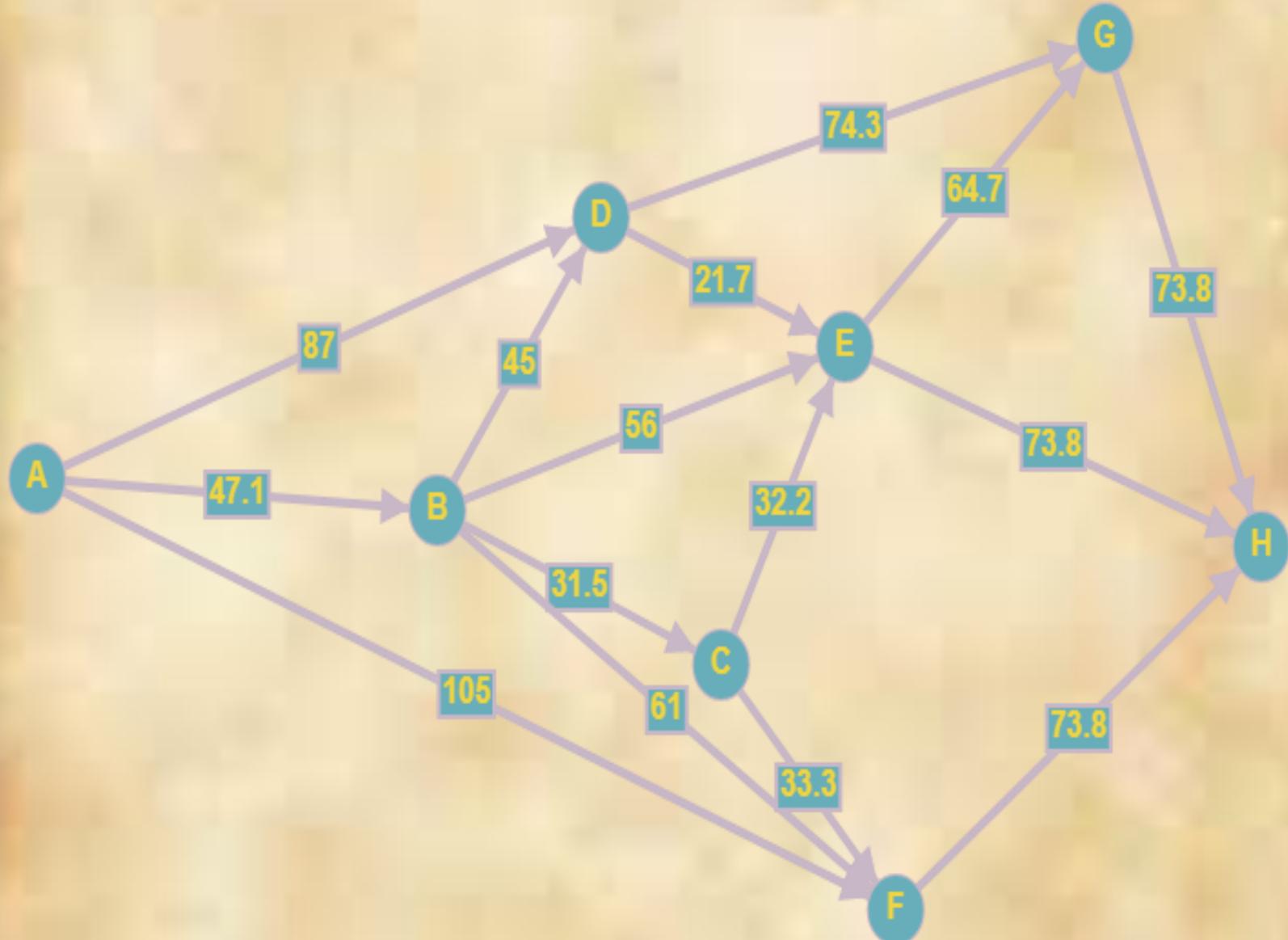
    fin pour

Fin tant que

INITIALISATIONS

Boucle  
de  
traitements

**comment ça fonctionne l'algorithme de Dijkstra ?**



# Algorithme de Dijkstra

P=[]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						

P=[A]

# Algorithme de Dijkstra

P=[A]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$

P=[A,B]

# Algorithme de Dijkstra

P=[A,B]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$

P=[A,B,C]

# Algorithme de Dijkstra

$P=[A,B,C]$

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$
D				92.1(B)	108.7(B)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$

$P=[A,B,C,D]$

# Algorithme de Dijkstra

P=[A,B,C,D]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$
D				92.1(B)	108.7(B)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
E					108.7(D)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$

P=[A,B,C,D,E]

# Algorithme de Dijkstra

P=[A,B,C,D,E]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$
D				92.1(B)	108.7(B)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
E					108.7(D)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
F						111.9(C)	167.8(E)	176.9(E)

P=[A,B,C,D,E,F]

# Algorithme de Dijkstra

P=[A,B,C,D,E,F]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$
D				92.1(B)	108.7(B)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
E					108.7(D)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
F						111.9(C)	167.8(E)	176.9(E)
G							167.8(E)	178.8(F)

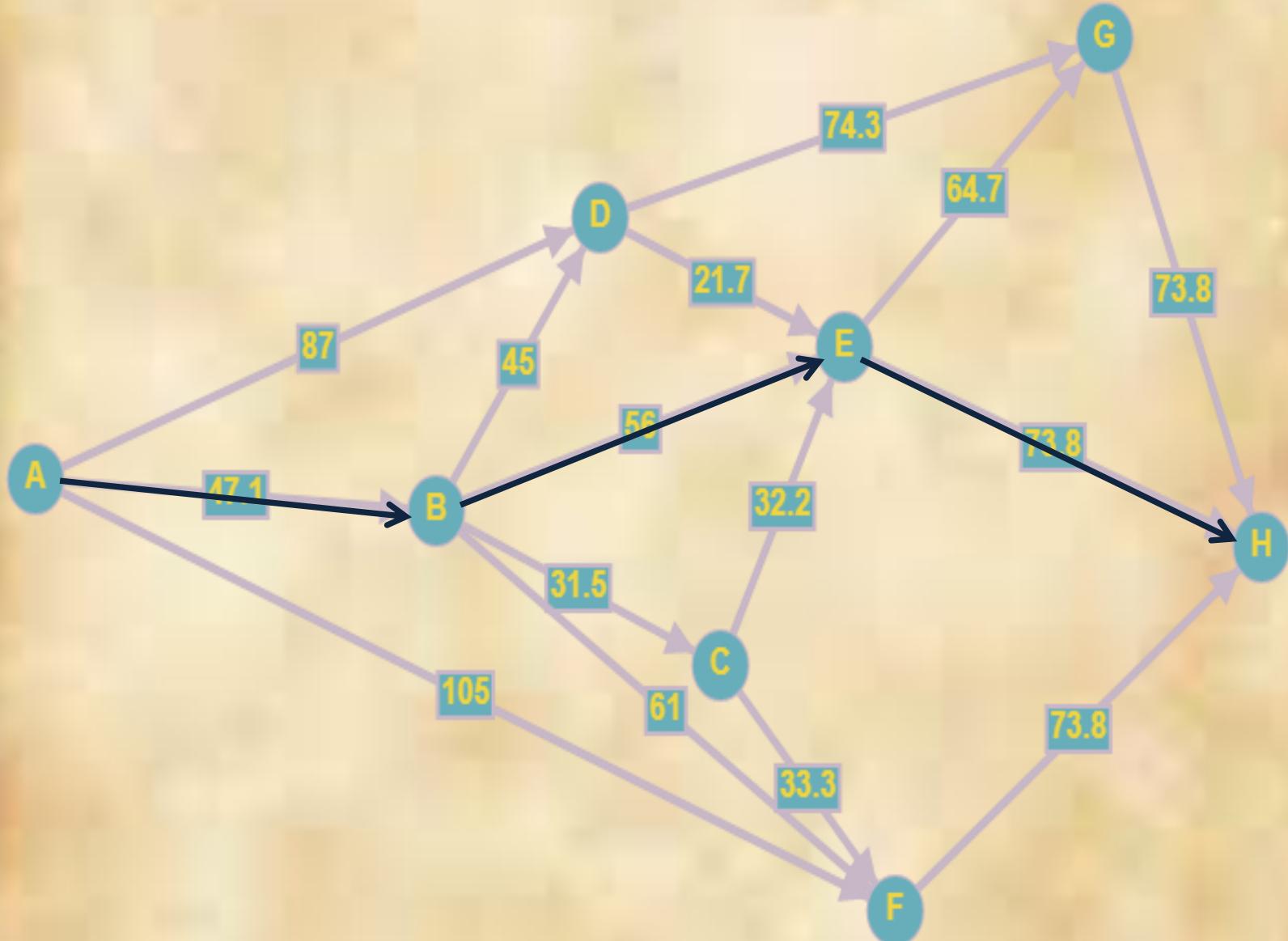
P=[A,B,C,D,E,F,G]

# Algorithme de Dijkstra

P=[A,B,C,D,E,F,G]

Sommet définitivement fixé	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	$+\infty$						
B		47.1(A)	$+\infty$	87(A)	$+\infty$	105(A)	$+\infty$	$+\infty$
C			78.6(B)	92.1(B)	103.1(B)	108.1(B)	$+\infty$	$+\infty$
D				92.1(B)	108.7(B)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
E					108.7(D)	108.1(B)	161.3(D)	$+\infty$
F						111.9(C)	167.8(E)	176.9(E)
G							167.8(E)	178.8(F)
H								235.1(G)

P=[A,B,C,D,E,F,G,H] D'où le résultat A → B → E → H



# Calcul de complexité

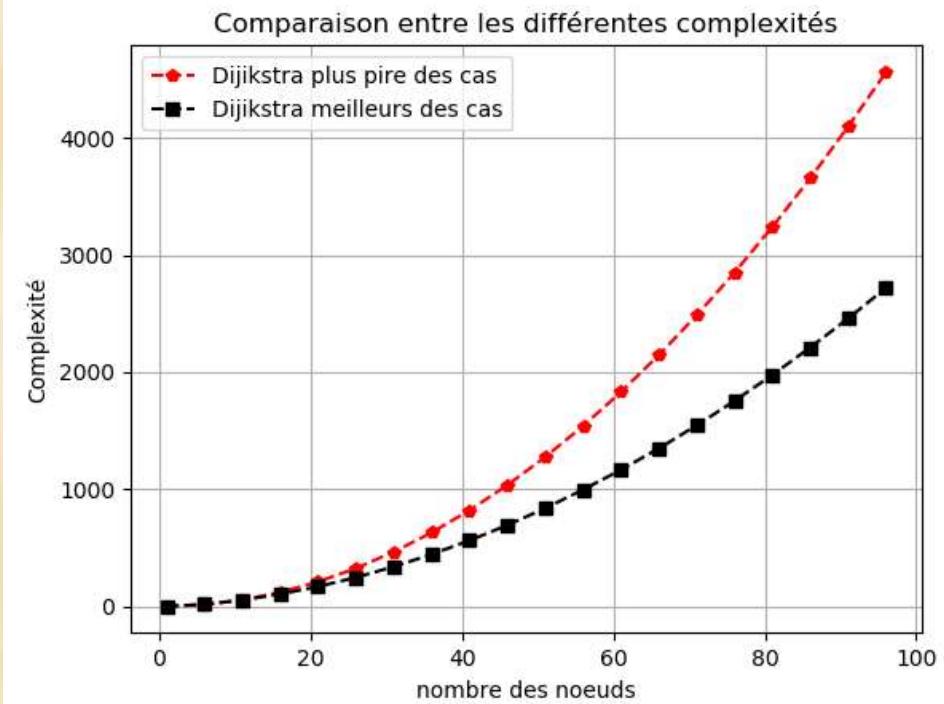
La complexité, ou le coût, d'un algorithme ou d'une fonction Python est le nombre d'opérations élémentaires nécessaires à son exécution dans le pire cas.

complexité temporelle

une fonction de n qui mesure  
le temps de calcul pour une  
donnée de taille n

$$O(m + n \log(n))$$

{  
n le nombre de noeuds  
m le nombre d'arcs



Mais , est ce que trouver le plus court chemin maximise le flot ce qui résulte une production maximale ?

- Pour maximiser le flot on utilise l'algorithme de Ford Fulkerson

Données : un réseau  $G=(X,A,C)$

Résultat :  $\Phi$

$\Phi = 0$



Initialisation

Répéter

    chercher une chaîne améliorante de  $s$  à  $t$

    si  $\lambda$  existe alors

        calculer

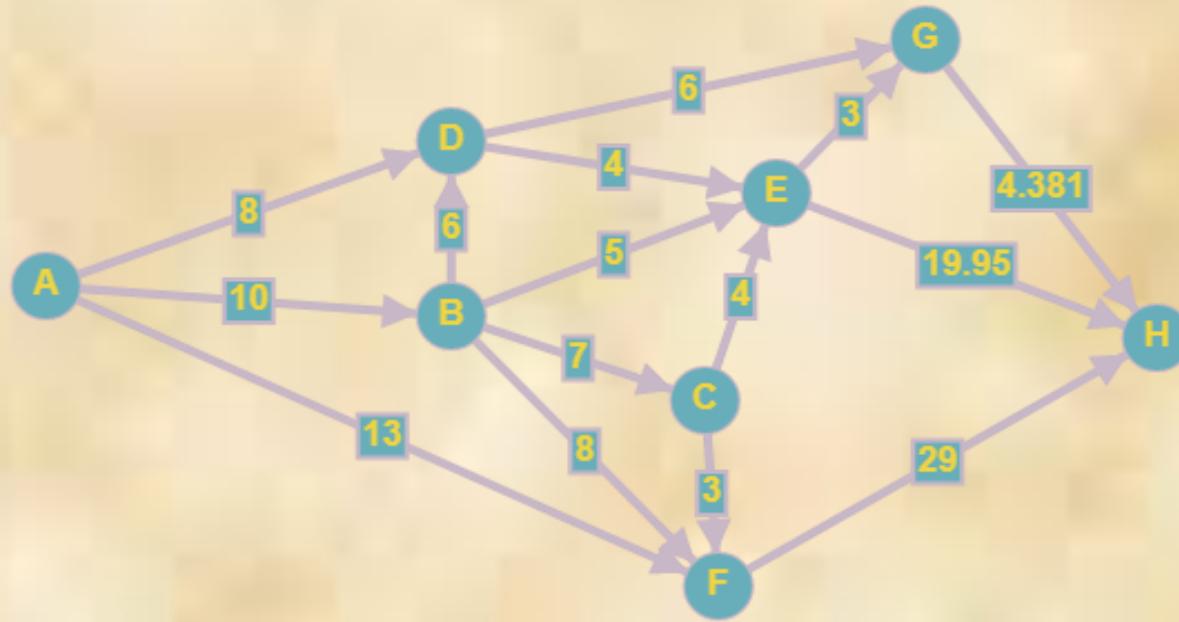
        augmenter  $\Phi$  sur les arcs de  $\lambda$  de  $\delta$

        diminuer  $\Phi$  sur les arcs de  $\lambda$  de  $\delta$

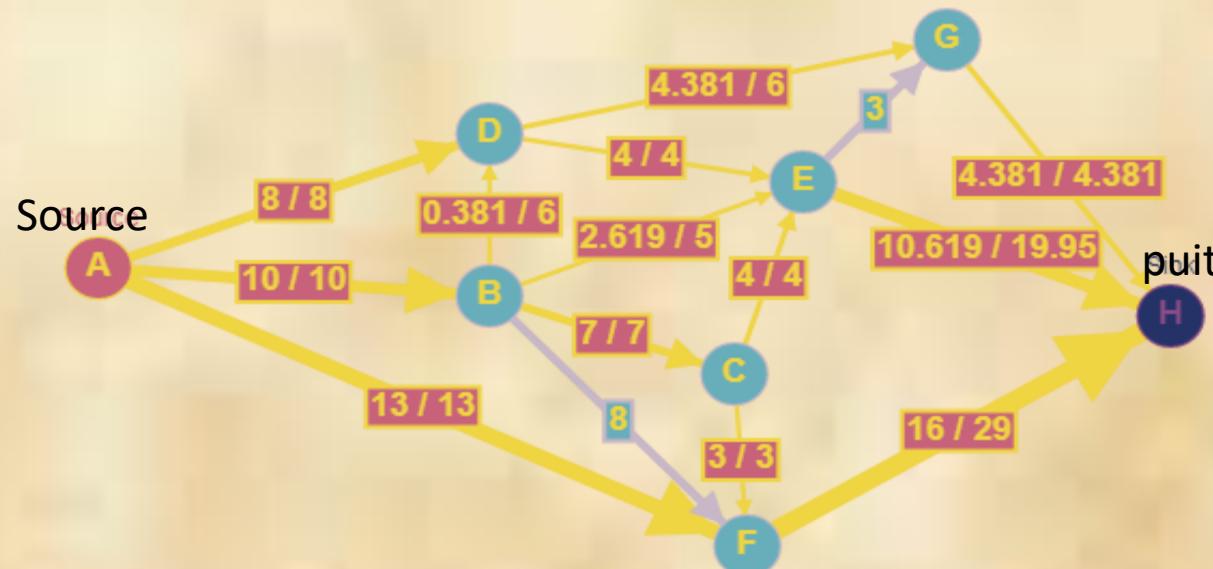
Jusqu'à il n'existe plus de chaîne améliorante

Retourner  $\Phi$

Boucle de traitements



Application de l'algorithme Ford Fulkerson



# Conclusion

- Le problème de minimisation les coûts du transport de phosphate a été étudié.
- Le problème de transport optimal est compliqué nécessite d'une approche à plusieurs disciplines: mécanique de fluide, algorithmique, simulation .
- L'algorithme de Dijkstra donne le plus court chemin plus nécessairement optimal d'où utilisation de l'algorithme de Ford Fulkerson.

# Annexes





# Les codes python:

## 1. Calcul distance

```
from math import sin, cos, sqrt, atan2, radians

def distance(q,s,d,f):
    R = 6373.0
    lat1 = radians(q)
    lon1 = radians(s)
    lat2 = radians(d)
    lon2 = radians(f)

    dlon = lon2 - lon1
    dlat = lat2 - lat1

    a = sin(dlat / 2)**2 + cos(lat1) * cos(lat2) * sin(dlon / 2)**2
    c = 2 * atan2(sqrt(a), sqrt(1 - a))

    distance = R * c

    return(distance)
```

## 2. Calcul Colebrook

```
import numpy as np
from scipy.optimize import fsolve

import matplotlib.pyplot as plt

def func(x):
    return (1/np.sqrt(x)) + 2*np.log10((const/3.7) + (2.51/(Re*np.sqrt(x)))))

#K = 2.e-5
#D = 0.9
# const = K/D
#Re = 1e5

tab_const = np.linspace(1e-5,0.05,10)
tab_re = np.linspace(1e4,1e8,100)
tab_facteur_perte_charge = [[] for x in range(10)]
i = 0
for const in tab_const:
    for Re in tab_re:
        x0 = fsolve(func, 0.001)
        tab_facteur_perte_charge[i].append(x0)
    i = i + 1

for i in range(len(tab_facteur_perte_charge)):
    plt.plot(tab_re,tab_facteur_perte_charge[i],label=tab_const[i])
plt.xscale("log")
plt.yscale("log")
plt.xlabel("Nomre de Reynolds")
plt.ylabel("Facteur de perte des charges")
plt.title("Diagramme de Moody")
plt.legend()
plt.grid()
```

### 3. Réalisation d'une coupe longitudinale

```
import urllib.request
import json
import math
import matplotlib.pyplot as plt

#START-END POINT
def conversion_degre(d,min,sec):
    return d + (min/60) + (sec/3600)

latitude1 = 36.799616666666665
longitude1 = 9.773213888888889
latitude2 = 36.550769444444444
longitude2 = 10.510544444444445

P1=[latitude1,longitude1]
P2=[latitude2,longitude2]

#NUMBER OF POINTS
s=100
interval_lat=(P2[0]-P1[0])/s #interval for latitude
interval_lon=(P2[1]-P1[1])/s #interval for longitude

#SET A NEW VARIABLE FOR START POINT
lat0=P1[0]
lon0=P1[1]

#LATITUDE AND LONGITUDE LIST
lat_list=[lat0]
lon_list=[lon0]

#LATITUDE AND LONGITUDE LIST
lat_list=[lat0]
lon_list=[lon0]

#GENERATING POINTS
for i in range(s):
    lat_step=lat0+interval_lat
    lon_step=lon0+interval_lon
    lon0=lon_step
    lat0=lat_step
    lat_list.append(lat_step)
    lon_list.append(lon_step)

#HAVERSINE FUNCTION
def haversine(lat1,lon1,lat2,lon2):
    lat1_rad=math.radians(lat1)
    lat2_rad=math.radians(lat2)
    lon1_rad=math.radians(lon1)
    lon2_rad=math.radians(lon2)
    delta_lat=lat2_rad-lat1_rad
    delta_lon=lon2_rad-lon1_rad
    a=math.sqrt((math.sin(delta_lat/2))**2+math.cos(lat1_rad)*math.cos(lat2_rad)*math.sin(delta_lat/2)**2)
    d=2*6371000*math.asin(a)
    return d

#DISTANCE CALCULATION
d_list=[]
for j in range(len(lat_list)):
    lat_p=lat_list[j]
    lon_p=lon_list[j]
    dp=haversine(lat0,lon0,lat_p,lon_p)/1000 #km
    d_list.append(dp)
d_list_rev=d_list[::-1] #reverse list
```

```

#CONSTRUCT JSON
d_ar=[{}]*len(lat_list)
for i in range(len(lat_list)):
    d_ar[i]={"latitude":lat_list[i],"longitude":lon_list[i]}
location={"locations":d_ar}
json_data=json.dumps(location,skipkeys=int).encode('utf8')

#SEND REQUEST
url="https://api.open-elevation.com/api/v1/lookup"
response = urllib.request.Request(url,json_data,headers={'Content-Type': 'application/json'})
fp=urllib.request.urlopen(response)

#RESPONSE PROCESSING
res_byte=fp.read()
res_str=res_byte.decode("utf8")
js_str=json.loads(res_str)
#print(js_str)
fp.close()

#GETTING ELEVATION
response_len=len(js_str['results'])
elev_list=[]
for j in range(response_len):
    elev_list.append(js_str['results'][j]['elevation'])

#BASIC STAT INFORMATION
mean_elev=round((sum(elev_list)/len(elev_list)),3)
min_elev=min(elev_list)
max_elev=max(elev_list)
distance=d_list_rev[-1]

#PLOT ELEVATION PROFILE
base_reg=0
plt.figure(figsize=(10,4))
plt.plot(d_list_rev,elev_list)
plt.plot([0,distance],[min_elev,min_elev], '--g',label='min: '+str(min_elev)+' m')
plt.plot([0,distance],[max_elev,max_elev], '--r',label='max: '+str(max_elev)+' m')
plt.plot([0,distance],[mean_elev,mean_elev], '--y',label='ave: '+str(mean_elev) +' m')
plt.fill_between(d_list_rev,elev_list,base_reg,alpha=0.1)
plt.text(d_list_rev[0],elev_list[0],"P1")
plt.text(d_list_rev[-1],elev_list[-1],"P2")
plt.xlabel("Distance (km)")
plt.ylabel("Altitude (m)")
plt.grid()
plt.legend(fontsize='small')
plt.show()

```

Skander Haddad et Dr Ahmed Rebai Esprit School of Business

## 4. Ford.Fulkerson

```
def ford_fulkerson(graph, source, sink, debug=None):
    flow, path = 0, True

    while path:
        # search for path with flow reserve
        path, reserve = depth_first_search(graph, source, sink)
        flow += reserve
        # increase flow along the path
        for v, u in zip(path, path[1:]):
            if graph.has_edge(v, u):
                graph[v][u]['flow'] += reserve
            else:
                graph[u][v]['flow'] -= reserve

        # show intermediate results
        if callable(debug):
            debug(graph, path, reserve, flow)

def depth_first_search(graph, source, sink):
    undirected = graph.to_undirected()
    explored = {source}
    stack = [(source, 0, undirected[source])]

    while stack:
        v, _, neighbours = stack[-1]
        if v == sink:
            break

        # search the next neighbour
        while neighbours:
            u, e = neighbours.popitem()
            if u not in explored:
                break
            else:
                stack.pop()
                continue

        # current flow and capacity
```

```
# current flow and capacity
in_direction = graph.has_edge(v, u)
capacity = e['capacity']
flow = e['flow']
# increase or redirect flow at the edge
if in_direction and flow < capacity:
    stack.append((u, capacity - flow, undirected[u]))
    explored.add(u)
elif not in_direction and flow:
    stack.append((u, flow, undirected[u]))
    explored.add(u)
# (source, sink) path and its flow reserve
reserve = min((f for _, f, _ in stack[1:]), default=0)
path = [v for v, _, _ in stack]

return path, reserve
```

```
graph = nx.DiGraph()
graph.add_nodes_from('ABCDEFGH')
graph.add_edges_from([
    ('A', 'B', {'capacity': 4, 'flow': 0}),
    ('A', 'C', {'capacity': 5, 'flow': 0}),
    ('A', 'D', {'capacity': 7, 'flow': 0}),
    ('B', 'E', {'capacity': 7, 'flow': 0}),
    ('C', 'E', {'capacity': 6, 'flow': 0}),
    ('C', 'F', {'capacity': 4, 'flow': 0}),
    ('C', 'G', {'capacity': 1, 'flow': 0}),
    ('D', 'F', {'capacity': 8, 'flow': 0}),
    ('D', 'G', {'capacity': 1, 'flow': 0}),
    ('E', 'H', {'capacity': 7, 'flow': 0}),
    ('F', 'H', {'capacity': 6, 'flow': 0}),
    ('G', 'H', {'capacity': 4, 'flow': 0}),
```